

# ALMANAQUE PARA POPULARIZAÇÃO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

SÉRIE 15 História da  
Matemática



VOLUME 5



## Música e Matemática - Parte 2



JONAS DE ALENCAR DA SILVA  
ART ADRIEL EMIDIO DE ARAUJO MOTTA  
MARIA AUGUSTA SILVEIRA NETTO NUNES  
JOSÉ HUMBERTO DOS SANTOS JÚNIOR

# Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO)

**REITOR**  
**Prof. Dr. Ricardo Silva Cardoso**

**VICE-REITOR**  
**Prof. Dr. Benedito Fonseca e Souza Adeodato**

**CAPA, ILUSTRAÇÕES E EDITORAÇÃO ELETRÔNICA**  
**José Humberto dos Santos Júnior**

**REVISÃO GERAL**  
**Maria Augusta Silveira Netto Nunes**

**COLABORADOR CIENTÍFICO E REVISOR DO ENREDO**  
**Art Adriel Emidio de Araujo Motta**

*Os personagens e algumas imagens desta obra foram retiradas e reutilizadas dos gibis correspondentes, descritos na Apresentação.*

## Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

M987 Música e Matemática – Parte 2 [recurso eletrônico] / Jonas de Alencar da Silva... [et al.]. – Dados eletrônicos. – Porto Alegre : Sociedade Brasileira de Computação, 2023.  
36 f. : il. – (Almanaque para popularização de ciência da computação. Série 15, História da matemática; v. 5).  
Modo de acesso: World Wide Web.  
Inclui bibliografia.  
ISBN 978-85-7669-561-5 (e-book)

1. Música e matemática. 2. História da matemática. 3. Ciência da Computação. I. Silva, Jonas de Alencar da. II. Motta, Art Adriel Emidio de Araujo. III. Nunes, Maria Augusta Silveira Netto. IV. Santos Júnior, José Humberto dos. V. Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro. VI. Título. VII. Série.

CDU 004:51 (059)

Ficha catalográfica elaborada por Annie Casali – CRB-10/2339  
Biblioteca Digital da SBC – SBC OpenLib

Índices para catálogo sistemático:

1. Ciência e tecnologia dos computadores : Informática – Almanaque 004 (059)
2. Matemática 51



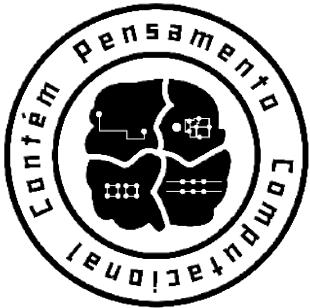
JONAS DE ALENCAR DA SILVA  
ART ADRIEL EMIDIO DE ARAUJO MOTTA  
MARIA AUGUSTA SILVEIRA NETTO NUNES  
JOSÉ HUMBERTO DOS SANTOS JÚNIOR

# **ALMANAQUE PARA POPULARIZAÇÃO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO**

**Série 15: História da Matemática  
Volume 5: Música e Matemática - Parte 2**

Porto Alegre/RS  
Sociedade Brasileira de Computação  
2023

# Apresentação



Esta cartilha foi desenvolvida durante a Bolsa de Produtividade CNPq-DT-1D nº313532/2019-2, coordenada pela profa. Maria Augusta S. N. Nunes, desenvolvida no Departamento de Informática Aplicada (DIA)/ Bacharelado em Sistemas de Informação (BSI) e Programa de Pós-Graduação em Informática (PPGI) da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO). Está também vinculado a projetos de extensão, Iniciação Científica e Tecnológica para Popularização de Ciência da Computação apoiada pela UNIRIO. Este gibi foi produzido pelo projeto Almanaques para Popularização de Ciência da Computação, que recebeu o prêmio Tércio Pacitti pela Inovação em Educação em Computação em 2022 pela Sociedade Brasileira de Computação (SBC).

Esta cartilha é uma continuação da estória apresentada no Volume 4 da Série 15. Nela os personagens Lucas, Luana, Satoshi, Alice, Ainra e Noah viajam no tempo para encontrar o filósofo e matemático Pitágoras e desvendar a relação que existe entre a Música e a Matemática.

Todas as cartilhas da Série 15 estão alinhadas com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). As competências específicas em Matemática e Música (Artes) para o Ensino Fundamental são abordadas no decorrer dos Volumes. Neste Volume serão contempladas unidade temática (Arte), objeto de conhecimento (Música) e habilidades (EF15AR13 e EF15AR14)\* relativas ao quinto ano do Ensino Fundamental I.

(Os Autores)



428



Esta Série 15, História da Matemática, é uma homenagem à Matemática e Professora Cléa Bernadete Silveira Netto Nunes que durante sua jornada e passagem por esse plano contribuiu imensamente ao aprendizado de muitas crianças, jovens e adultos, ensinando tanto conceitos matemáticos como conceitos de formação de caráter e de preparo à vida e adversidades. Primeiramente como professora da Escola Estadual EENAV em Passo Fundo - RS e, posteriormente, na Universidade de Passo Fundo (UPF) exerceu um trabalho qualificado e comprometido atuando como chefe do Departamento de Matemática e Desenho, coordenadora do curso de Matemática, assessora da Direção do Instituto de Ciências Exatas e Geociência, além de diretora desta Unidade, também integrou a Gestão da UPF, estando a frente da Vice-reitoria de Extensão e Assuntos Comunitários.

Reconhecimento eterno às suas contribuições!



\*Samos - Grécia antiga, 520 a.C.



Lucas, Luana, Satoshi, Alice e Bill acabam de fazer mais uma viagem ao passado, agora com a missão de encontrar o filósofo Pitágoras para conhecerem melhor sobre o instrumento Monocórdio...



\*Samos - Ilha grega no leste do mar Egeu



Pessoal, esse é Pitágoras!

Bill sempre nos ajuda. Desta vez, ele nos ajudou a encontrar Pitágoras!



Olá, Pitágoras! Estava falando de você para meus amigos. Quero que conheça Lucas e Luana.

Eles estavam ansiosos para te conhecer e entender melhor sobre o funcionamento do Monocórdio e a relação entre a Música e a Matemática!

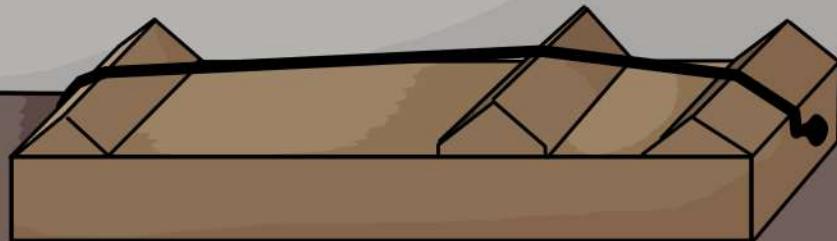
Que interessante, meus amigos. Eu me aprofundei nos estudos que envolvem a Música e a Matemática. Pode não parecer, mas a Música está ligada à Matemática em suas propriedades mais básicas.





Depois disso, arranjei uma corda, e a estiquei na superfície de uma caixa de madeira, utilizando dois cavaletes fixos nas extremidades e ganchos para segurar a corda esticada.

Quando coloquei outro cavalete entre a corda e a base, percebi que novas sonoridades eram emitidas pela corda, mas o mais interessante era que, quando eu dividi a corda em proporções matemáticas perfeitas como  $\frac{1}{2}$  ou  $\frac{2}{3}$ , por exemplo , eu obtive notas harmoniosas.

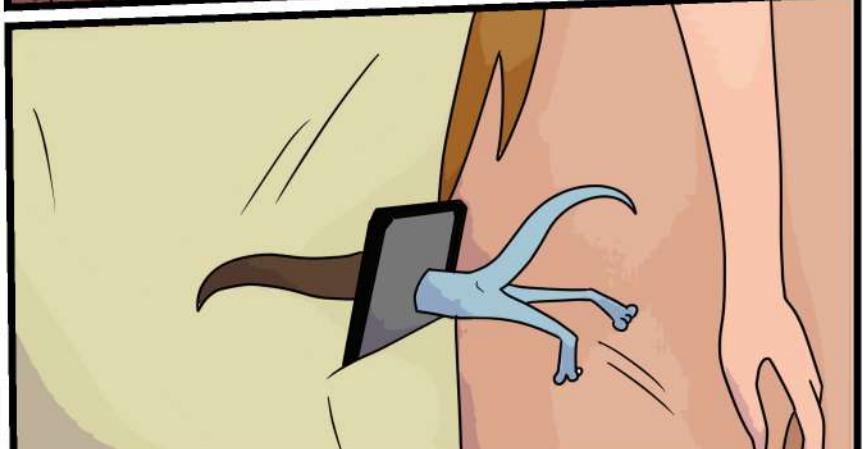


Portanto, criei o instrumento chamado Monocórdio com o propósito de estudar características sonoro-musicais que podem estar relacionadas a propriedades matemáticas, mas acho que para explicar melhor precisamos de um Monocórdio não é mesmo?

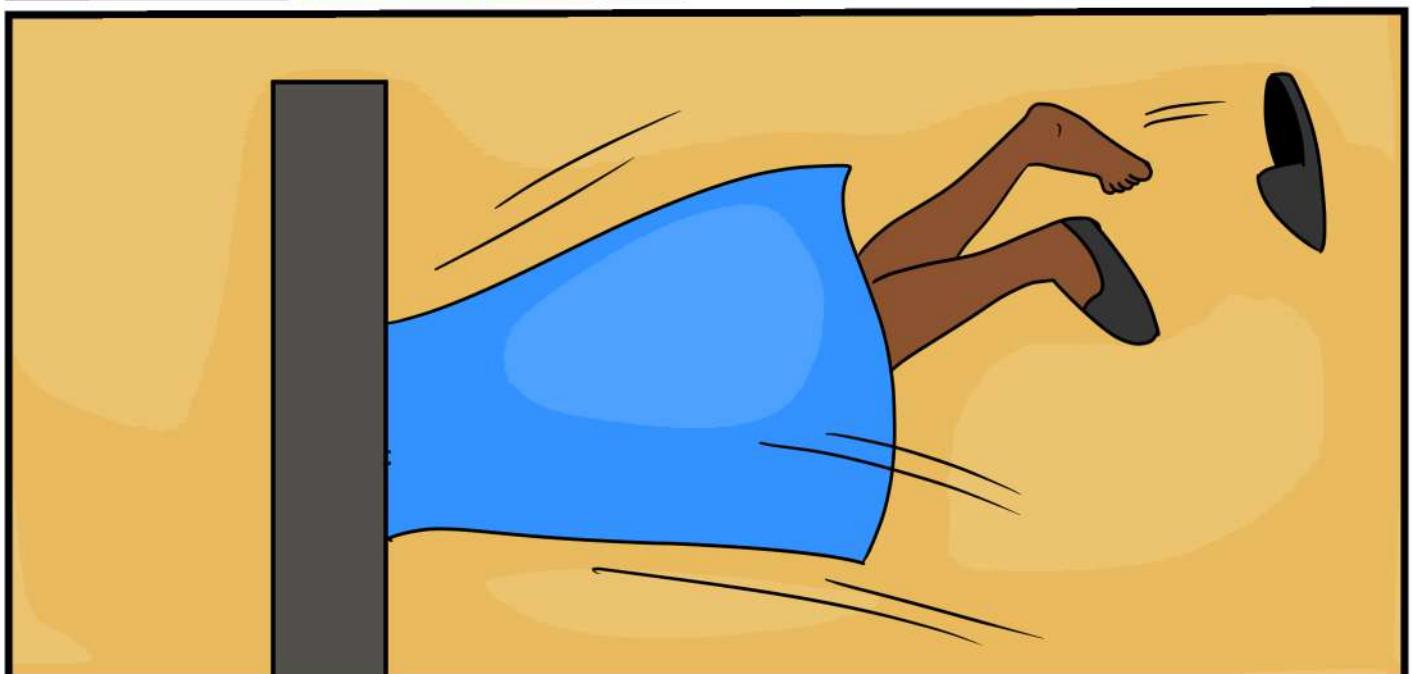
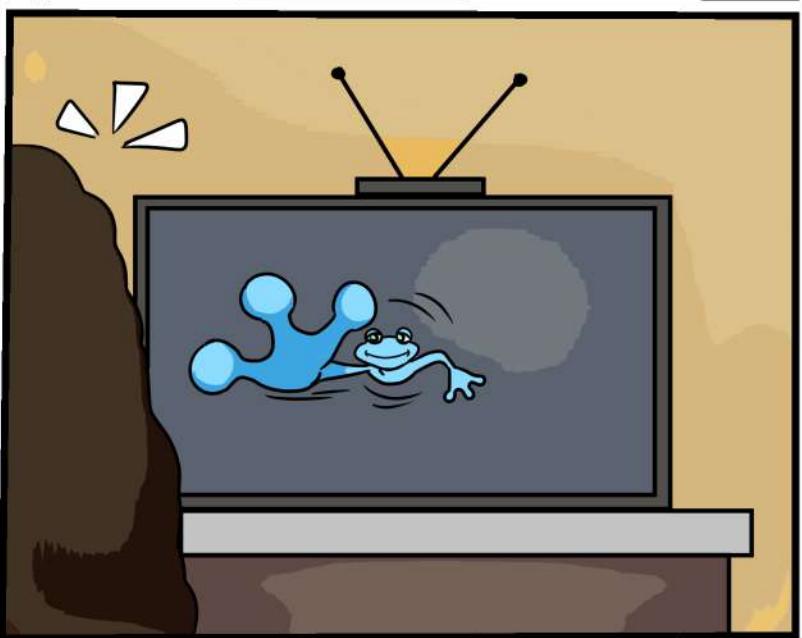
O meu Monocórdio está em uma galeria aqui perto, onde tenho realizado meus estudos. Vocês me acompanham até lá?

Vamos nessa!

Claro!



Enquanto isso...



Alguns minutos depois, na casa do Noah...



Já entendi, Bill.  
Acho que tem  
alguém precisando  
da nossa ajuda.



Olá, crianças!  
Temos mais uma  
tarefa para vocês.  
Logo mais, Rafaela  
irá informar os  
detalhes.

Olá, Ainra e Noah! Nossos amigos, Lucas e Luana estão neste momento na Grécia antiga conversando com o filósofo Pitágoras. Eles estão aprendendo sobre a relação entre Música e Matemática. Eles estão sendo acompanhados por Satoshi e Alice, mas vão precisar da ajuda de vocês também.



As habilidades de vocês serão necessárias para eles entenderem ainda mais essa relação. O que acham de ajudá-los?



Claro!



Já estou animado para conhecer a Grécia antiga.



De volta a galeria...

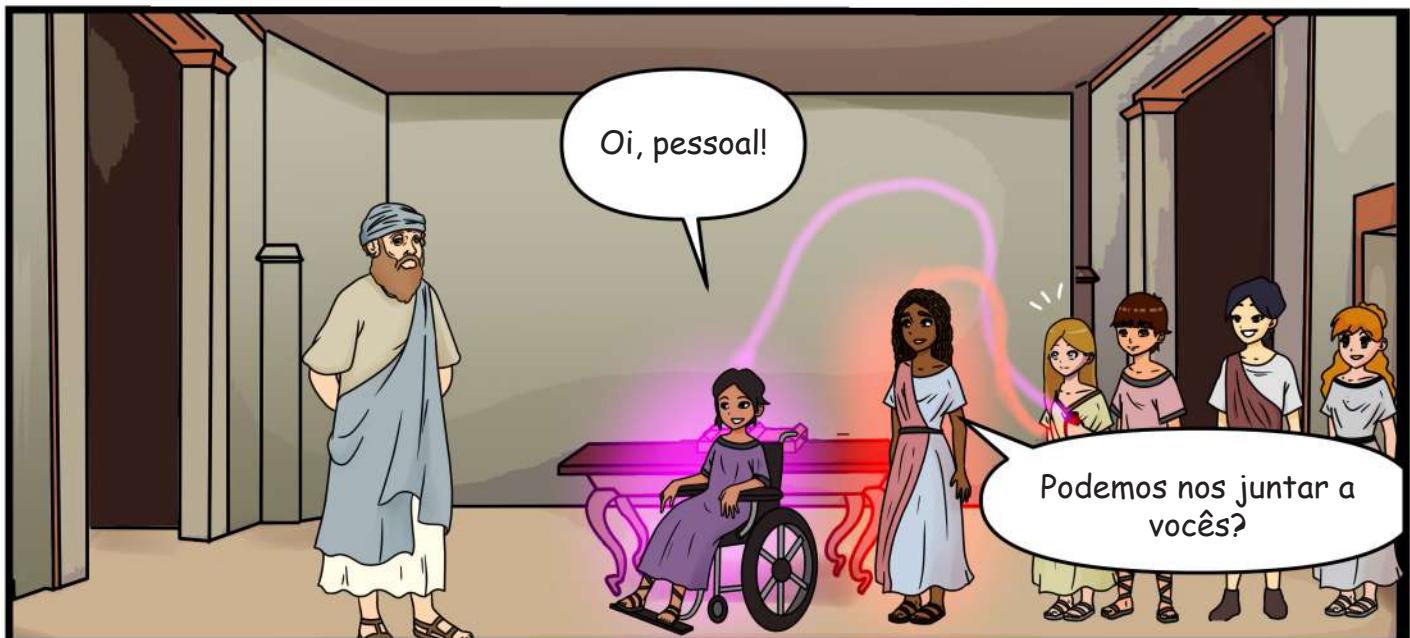


Luana, por que  
será que seu  
celular está  
vibrando?

Não sei!  
Deve estar  
acontecendo  
alguma coisa...



Oi, pessoal!



Parece que a LPC também os enviou para nos ajudar nessa aventura!

Ainra, Noah! Que bom ver vocês por aqui!

Pitágoras, essas são nossos amigos Ainra e Noah. Eles possuem as habilidades de Decomposição e Reconhecimento de Padrões, respectivamente.



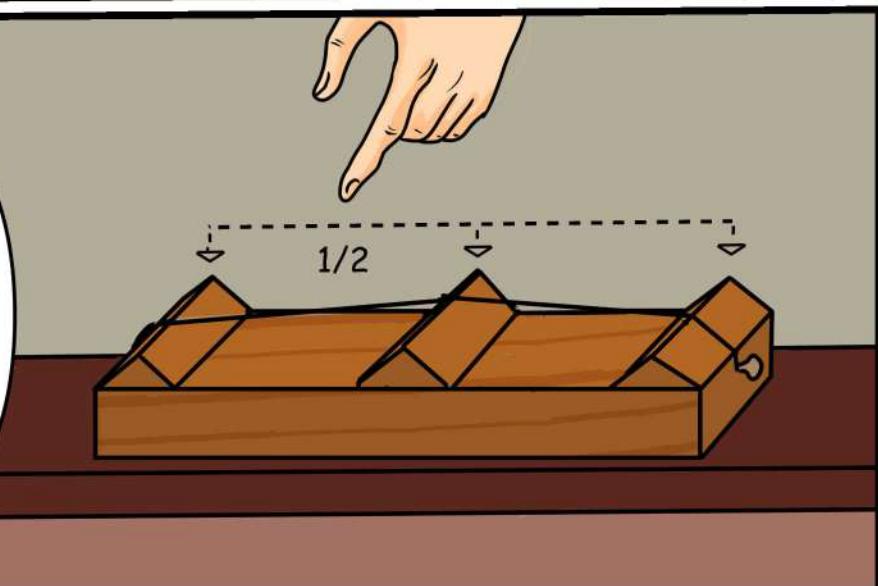
Estamos estudando a relação entre Música e Matemática usando um instrumento que criei chamado Monocórdio. Ele irá nos ajudar a entender melhor essa relação.

O Monocórdio é um instrumento musical simples com uma corda esticada em uma caixa. Quando tocamos a corda, podemos criar diferentes sons alterando o seu comprimento através do cavalete móvel.

O fascinante é: ao dividirmos a corda em frações matematicamente proporcionais, podemos obter diferentes notas musicais!



Se dividirmos a corda e tocarmos  $\frac{1}{2}$  (metade) dela, vamos obter uma nota consonante com a nota emitida pela corda solta (sem a interferência do cavalete móvel), nesse caso, teremos um intervalo de oitava justa.



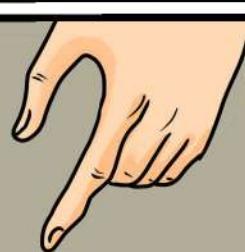
Também podemos dividir e tocar a corda em proporções de  $\frac{2}{3}$  para obter uma um intervalo de quinta justa.



$\frac{2}{3}$

Assim como  $\frac{3}{4}$  para ter um intervalo de quarta justa e  $\frac{5}{4}$  para ter um intervalo de terça maior.

Essas proporções matemáticas criam notas que soam bem umas com as outras, possibilitando a harmonia sonora da música.



$\frac{3}{4}$

Falando com os nomes de intervalos fica um pouco difícil, não é? Para facilitar, vamos pensar nos nomes das notas musicais.

Nessa época, elas ainda não tinham sido inventadas, mas hoje todos nós as conhecemos.

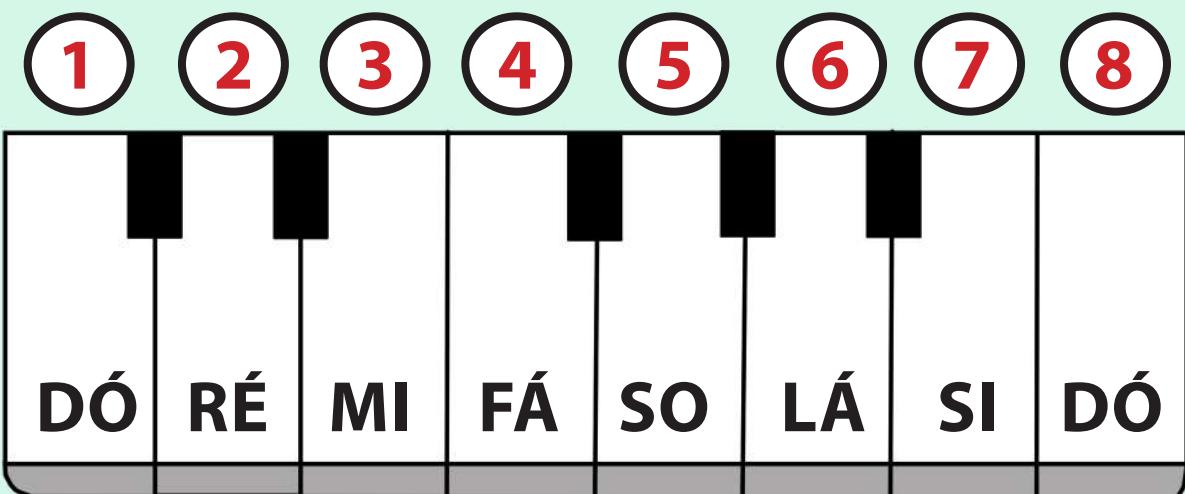
Elas são: DÓ - RÉ - MI - FÁ - SOL - LÁ - SI - DÓ.



Interessante...

Se enumerarmos as notas musicais, vamos encontrar facilmente sua relação intervalar.

Vamos considerar que a primeira nota DÓ é a nota que a corda solta (sem o cavalete móvel) do monocórdio produz. Nesse caso, vamos pôr o número 1 em cima da nota DÓ e numerar as outras notas em sequência.

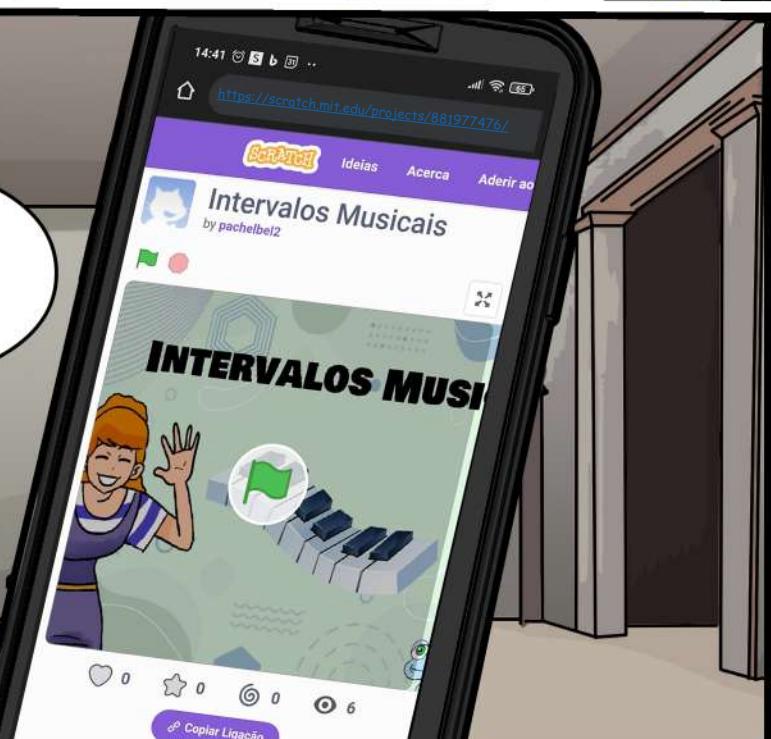


Como a primeira nota DÓ representa a nota da corda solta do Monocórdio, ela vai ser nossa nota fundamental. Ou seja, todos os intervalos numerados a partir dela são referentes a ela.

Por exemplo, se dividirmos e tocarmos  $\frac{2}{3}$  da corda do Monocórdio vamos produzir a nota SOL, que representa um intervalo de 5ª justa entre a nota DÓ(1) e a nota SOL(5).

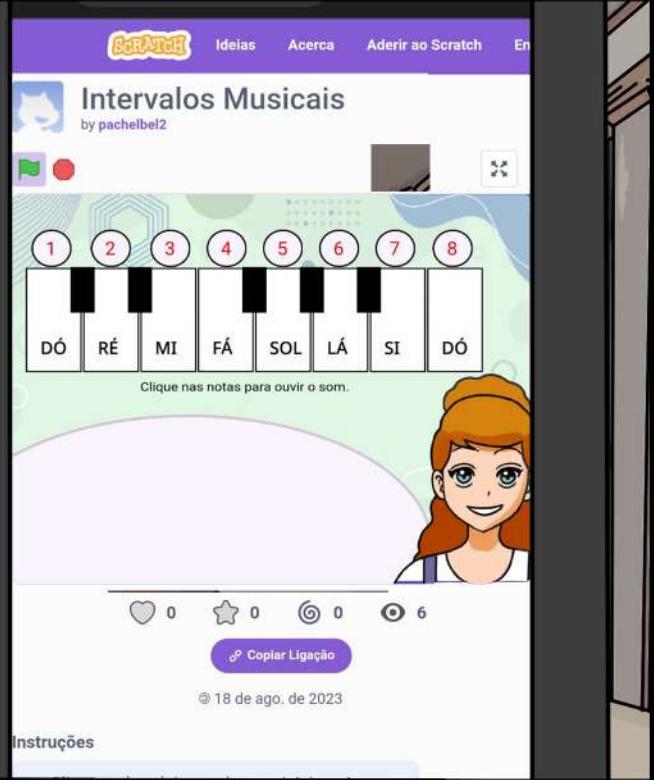


Aqui está um link de uma simulação no *Scratch* para entendermos melhor:  
<https://scratch.mit.edu/projects/881977476/>



Após clicar na bandeira verde para iniciar a simulação, é só passar o mouse em cima de cada nota para ver mais sobre ela e saber qual proporção da corda do Monocórdio precisamos tocar para produzi-la no instrumento.

Lembrando que os números representam os intervalos musicais referentes a nota DÓ(1), que é a nota produzida quando tocamos a corda inteira no Monocórdio.



Isso facilita muito!

Adorei!!!

Agora que já temos uma explicação básica do funcionamento do Monocórdio, vamos continuar usando as habilidades do Pensamento Computacional(PC) para nos aprofundarmos.

Anteriormente, nós usamos a Abstração e compreendemos melhor a função do cavalete móvel, que serve para dividir a corda e gerar diferentes notas musicais. Agora, vou pedir ao nosso amigo, Noah, para usar sua habilidade de Decomposição para continuar.

Como vocês sabem, a Decomposição é um dos pilares do PC, que consiste em dividir um problema complexo em partes menores.

Ao decompor um problema, podemos entender melhor seus componentes e trabalhar neles individualmente, o que pode tornar a solução bem mais simples.



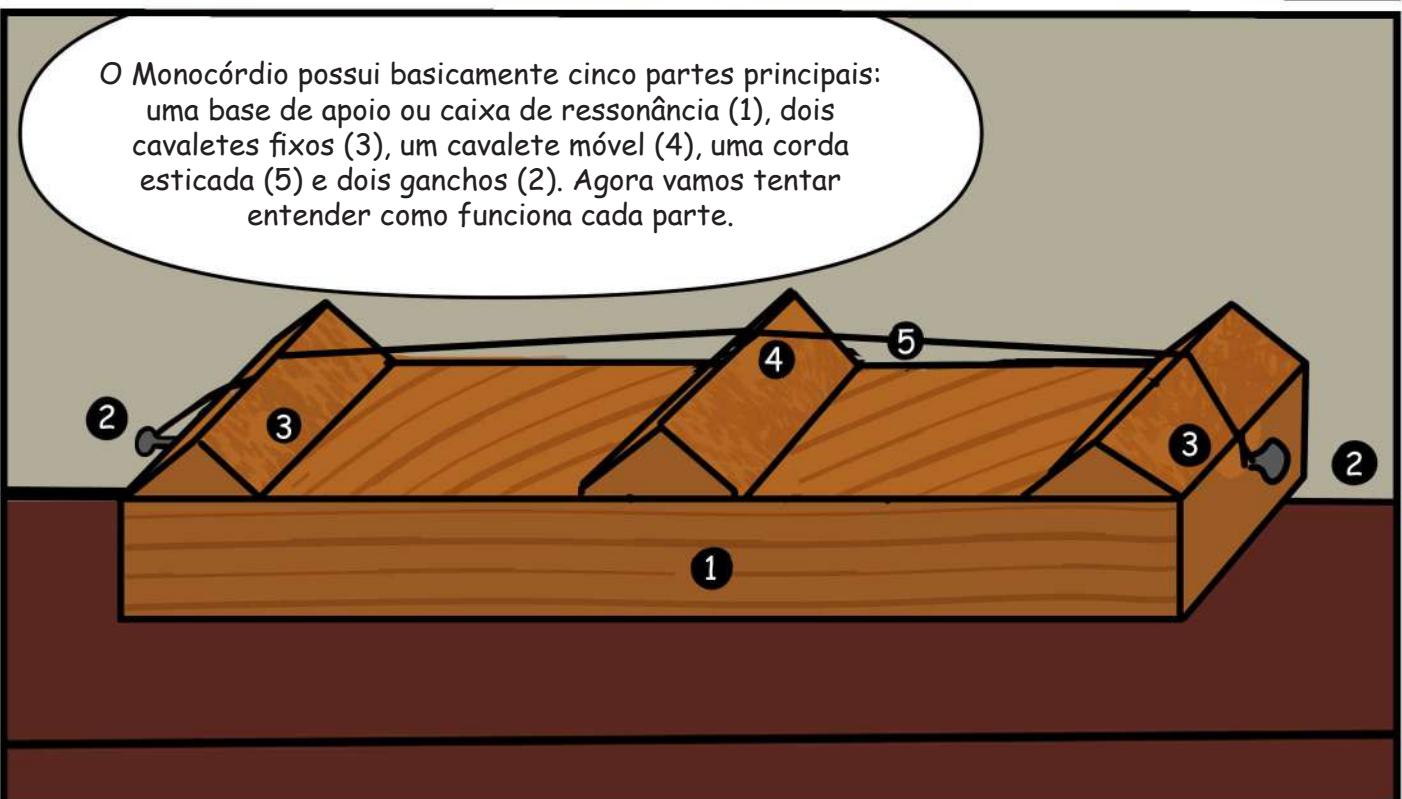
Faz sentido.

Mas como poderíamos fazer isso com o Monocórdio?

Ótima pergunta, Luana! No caso do Monocórdio, podemos pesquisar quais são suas partes constituintes e tentar entendê-las individualmente.



O Monocórdio possui basicamente cinco partes principais: uma base de apoio ou caixa de ressonância (1), dois cavaletes fixos (3), um cavalete móvel (4), uma corda esticada (5) e dois ganchos (2). Agora vamos tentar entender como funciona cada parte.



A base ou caixa de ressonância serve para dar suporte à estrutura do Monocórdio, mas também pode servir para fazer o som da corda soar. Isso acontece porque o som da corda reverbera na caixa, principalmente se ela tiver aberturas que ajudam nessa função.

Os cavaletes fixos servem para manter a corda esticada e manter a tensão necessária para que a corda produza os sons desejados.



Os ganchos servem para prender a corda esticada.

Temos também o cavalete móvel, como explicado por nosso amigo Satoshi, permite a divisão da corda para gerar diferentes notas musicais.

Por fim, temos uma única corda esticada que serve como fonte sonora.

Que maneiro!!! Agora já entendi como funciona cada parte do Monocórdio.

Agora é minha vez! Vou continuar essa explicação usando a minha habilidade de Reconhecimento de Padrões!

Vai lá, Ainra! Arrasa!

O Reconhecimento de Padrões é outro pilar a ser desenvolvido dentro das habilidades do PC. Com ele nós buscamos encontrar repetições, padrões, sequências lógicas ...

Por exemplo, se tivermos a seguinte sequência numérica (1, 4, 7, 10), podemos observar que existe um padrão entre esses números. Nesse caso, sempre adiciona-se 3 a cada número para obter o número subsequente.

Legal! E será que existe algum tipo de padrão no Monocórdio?

Sim,  
Lucas.

Lembram que as notas consonantes no Monocórdio são produzidas por meio de razões específicas? Essas razões são:  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{2}{3}$ ;  $\frac{3}{4}$ ;  $\frac{4}{5}$ .

Percebiam que existe uma sequência lógica nessas frações. Uma fração é obtida aumentando 1 tanto o numerador como o denominador de cada fração imediatamente anterior, exceto a primeira.

Por exemplo: a fração  $\frac{3}{4}$  foi obtida a partir da fração anterior, somando 1 no numerador e no denominador.  
 $\frac{2}{3} \rightarrow (\frac{2+1}{3+1}) = \frac{3}{4}$ .

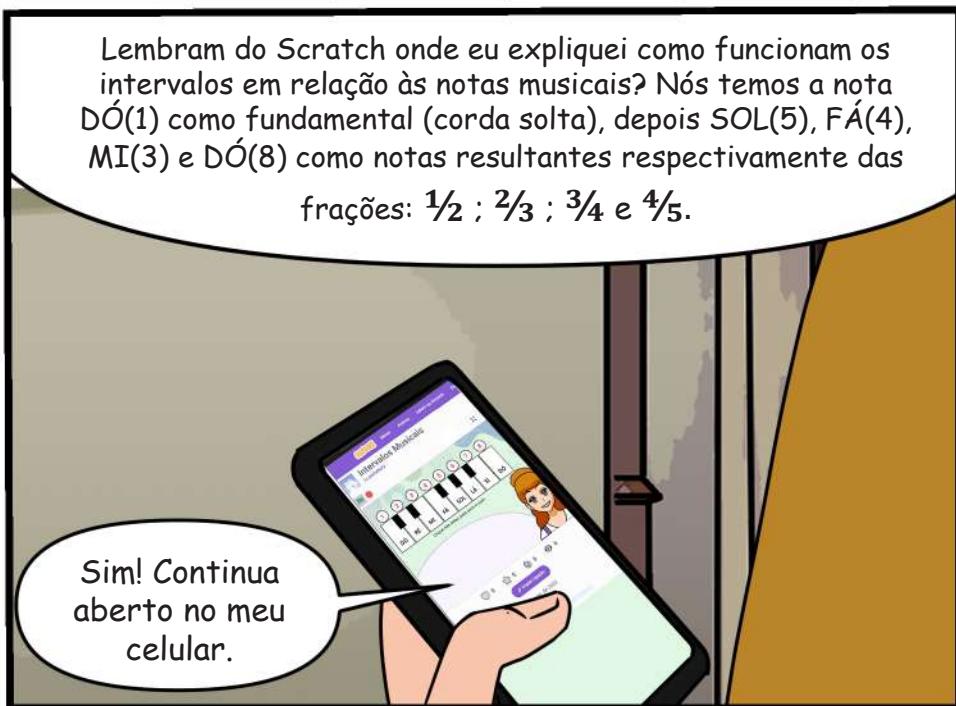
Vejam como este padrão demonstra que a Matemática está presente na Música, já que a consonância entre as notas musicais pode ser alcançada no Monocórdio através de proporções matemáticas que podem ser explicadas de maneira lógica, não é mesmo Pitágoras?

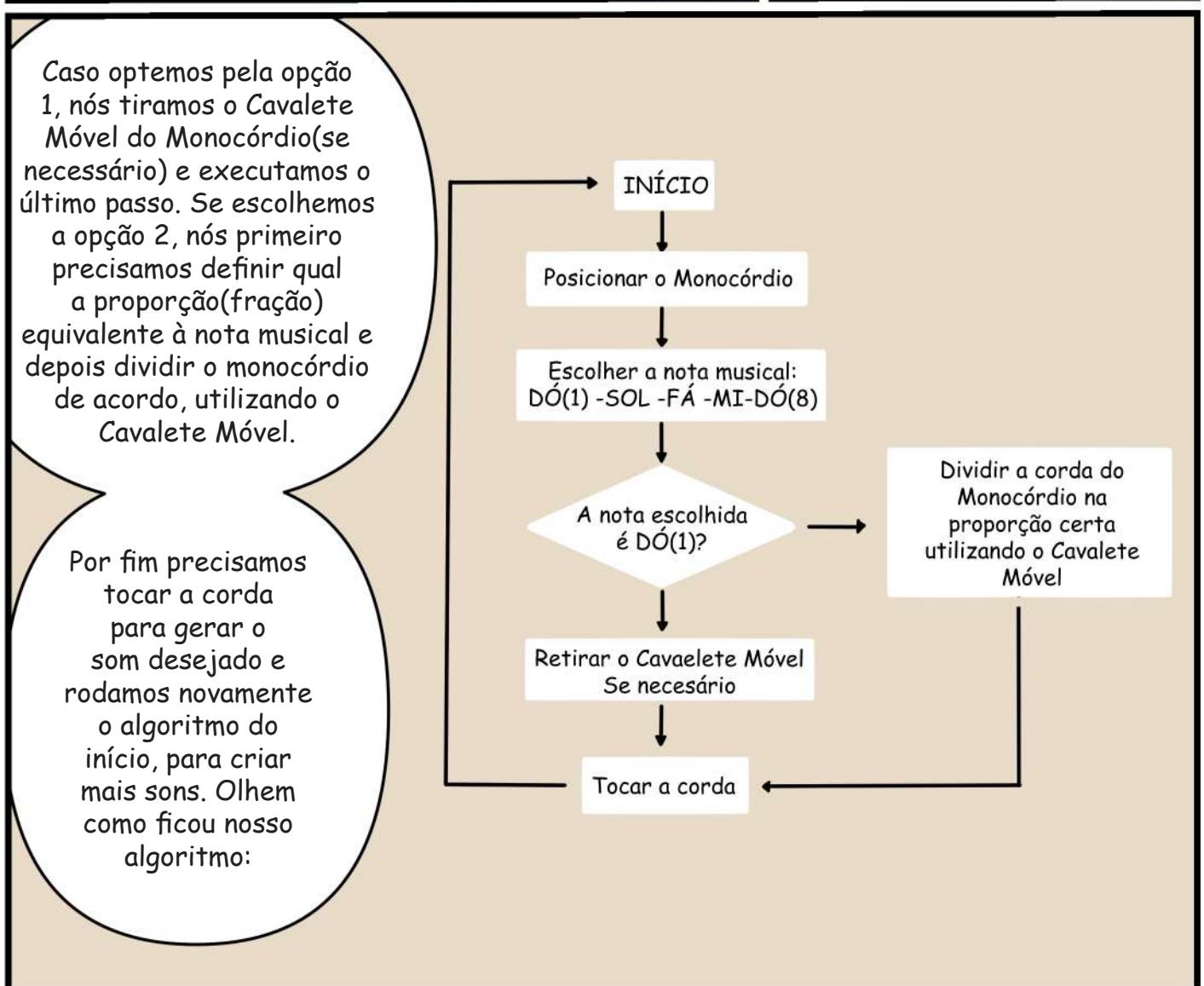
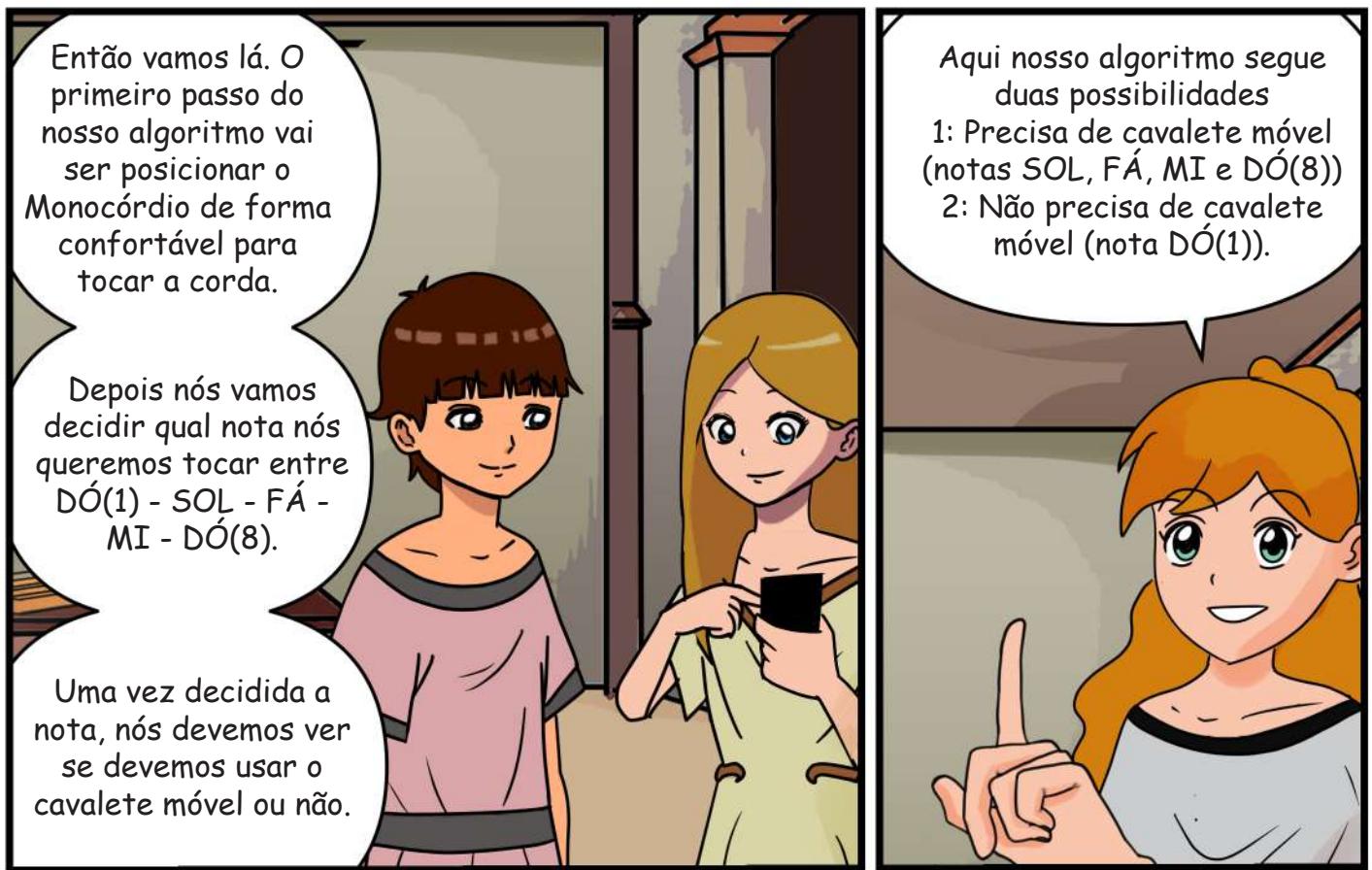
A Música, assim como tudo no Universo, pode ser explicada através da Matemática.

Que legal!!!

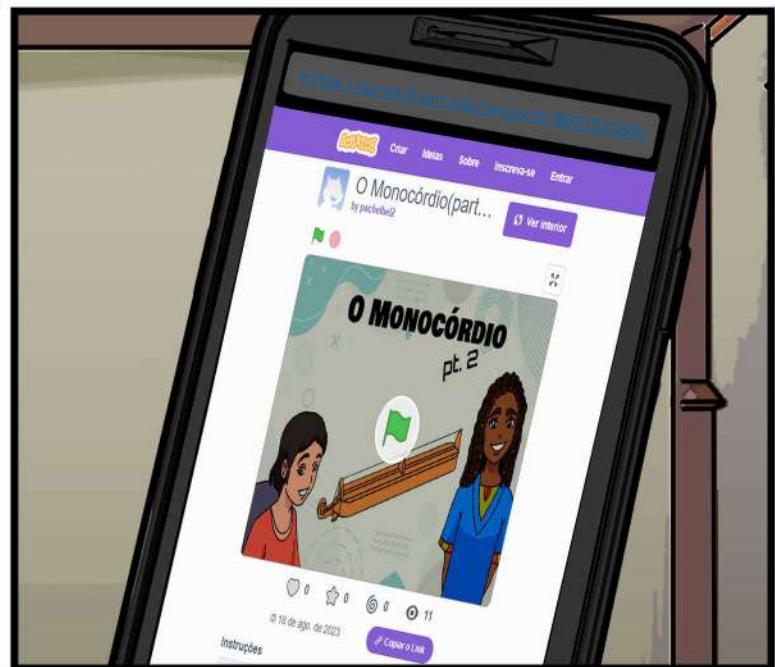


Eu sou a expert no pilar Algoritmo!





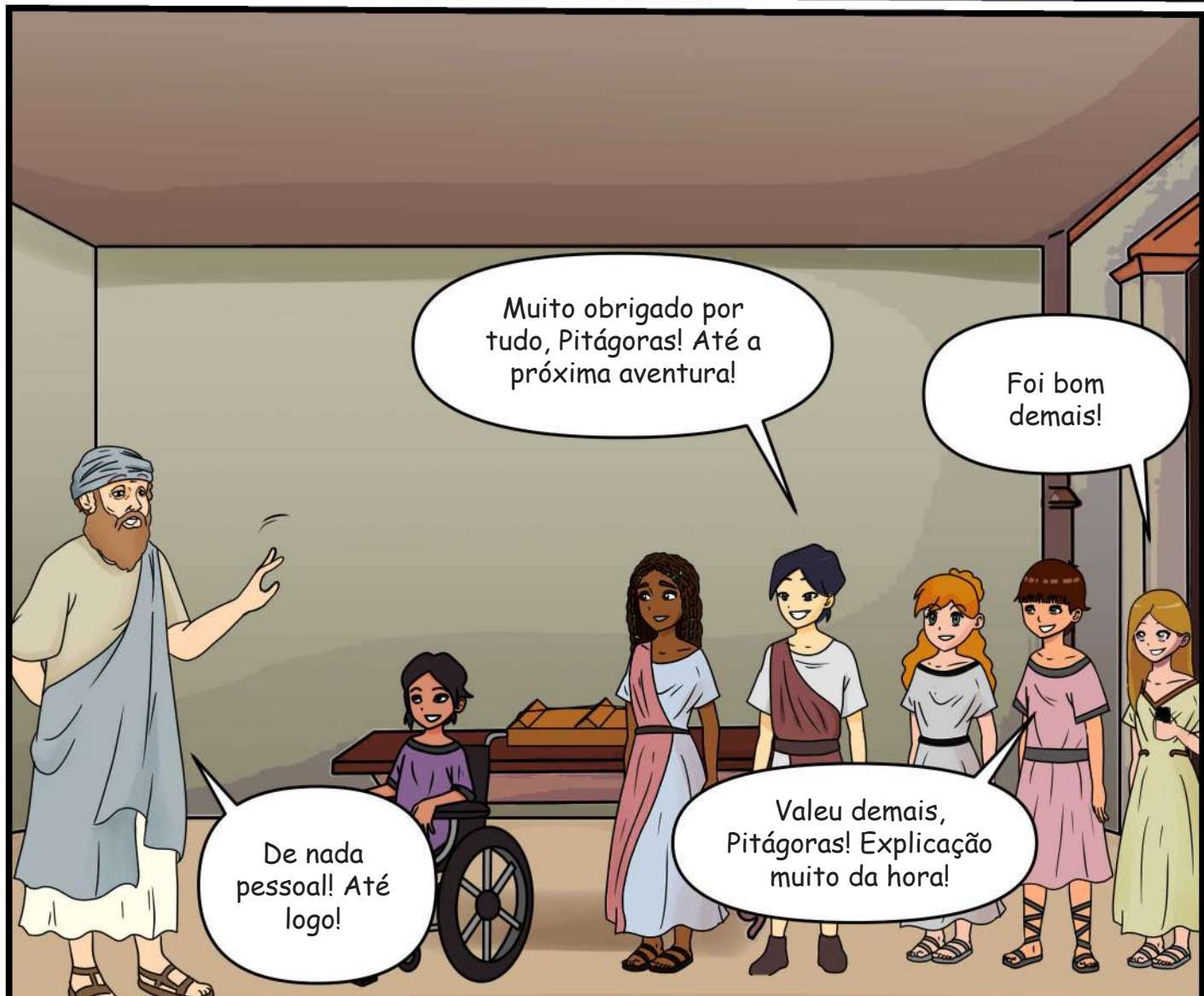
Muito legal Alice! Para finalizar temos mais um jogo no Scratch. É só abrir esse link:  
<https://scratch.mit.edu/projects/882153089/>



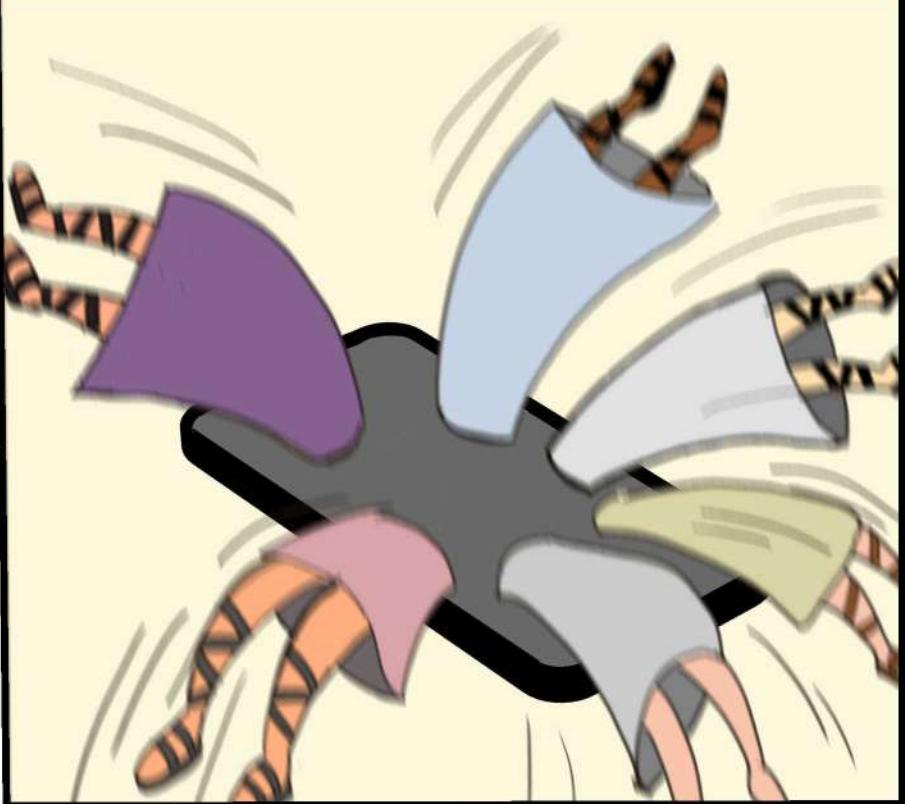
Pessoal, essa foi uma ótima aventura, não acham? Mas acho que precisamos voltar para não perder o resto da exposição lá no Museu.

Ainra e Noah, vocês estão convidados para vir com a gente.





Tudo pronto  
Bill, vamos  
todos voltar pro  
Museu!



Acho que finalmente nós conseguimos encontrar uma relação interessante entre a Música e a Matemática estudando o Monocórdio, não é, Lucas?

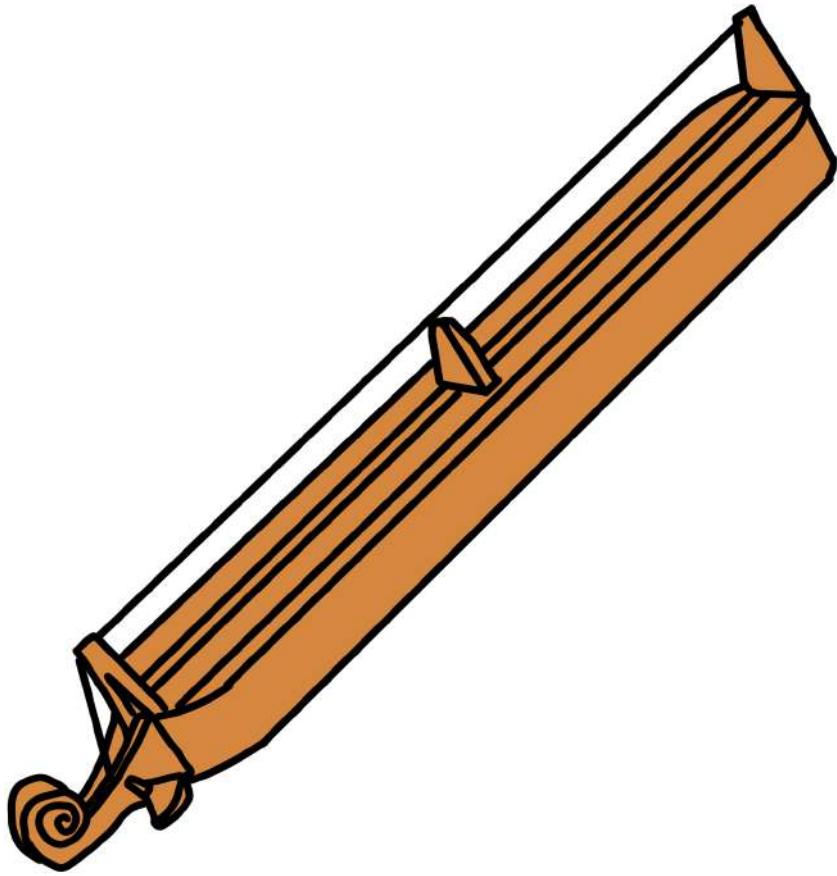
Sim! Graças aos nossos amigos da LPC e ao grande mestre Pitágoras!

Vamos... agora podemos terminar de curtir essa exposição!



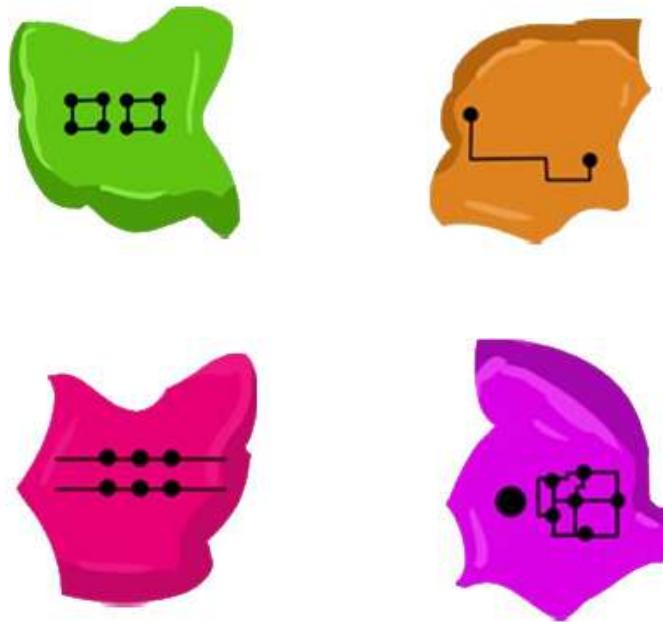
# PASSATEMPOS

## Quiz



1) Qual das frações matematicamente proporcionais produz uma oitava justa no Monocórdio?

- a)  $1/2$
- b)  $2/3$
- c)  $3/4$
- d)  $4/5$
- e)  $2/6$



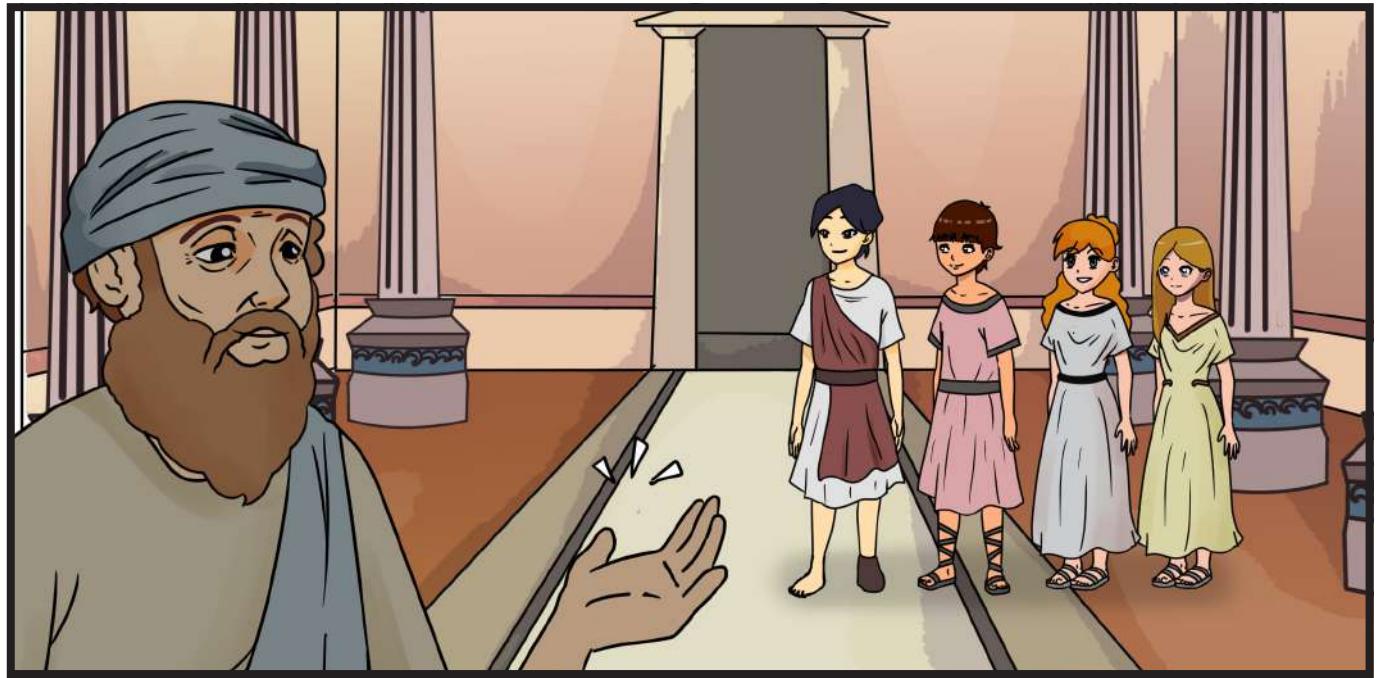
2) Qual é a habilidade do Pensamento Computacional usada para dividir um problema complexo em partes menores?

- a) Abstração
- b) Decomposição
- c) Algoritmos
- d) Computação
- e) Reconhecimento de Padrões

3) Se uma corda de Monocórdio, que está afinada na nota DÓ, possui o comprimento total de 100 cm e você deseja produzir a nota FÁ(4<sup>a</sup> justa), que é obtida ao dividir a corda na proporção de 3/4, qual será o comprimento da parte da corda que você deve tocar para produzir essa nota?

- a) 50 cm
- b) 33 cm
- c) 75 cm
- d) 25 cm
- e) 100 cm

# 7 ERROS



# CAÇA-PALAVRAS

As palavras deste caça-palavras estão escondidas na horizontal, vertical e diagonal, sem palavras ao contrário.

O S Y R G A T I S L C E R O A M L I S J D H  
T T T E M M A A H R H T O A N A L T N H O F  
I H A N O A D I G W A L O I T N W I P T O D  
E W E S A T R E L D H Y U W R D O E N E R W  
I N T U Y E H A O H T Y U R E E N E I S E S  
E T E L T M S I W A S M Ú S I C A N S O S N  
V F L E Y Á M G M L W I R S N L C E R E F M  
H A O T D T O M I P G N E R G T Y C T T E T  
H A W S S I N T E R V A L O S B A W E H A S  
S S D D R C O S D O E F R O A T T I K C I A  
L E L O R A C O E W R I H N D T D M R H L S  
H S P D H O Ó H I B T E T D T L C E U H N N  
O E T O P M R T O M E R C E B I O N H A Y O  
R Y Y D E S D H O G E A O G L N S O I N F A  
R I R N A O I S W X E T N T H L T S N I B I  
I O O N I S O T H T N G U T E U S B I M A E

ALGORITMOS INTERVALOS MATEMÁTICA MONOCORDIO MÚSICA

Respostas dos Passatempos em:

<https://almaniquesdacomputacao.com.br/serie15res.html>

# ANOTAÇÕES

# ANOTAÇÕES

# BIBLIOGRAFIA

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Brasília, 2017.

CHALTON, Nicola; ARDLE, Meredith Mac. A História da Ciência para quem tem pressa. Ed. Valentina, 2017.

SILVA, I. D.; NUNES, M. A. S. N.; SANTOS, C. G.; SILVA, L. A. S.; BRITO, A. S. B. ALMANAQUE PARA POPULARIZAÇÃO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO Série 7: Pensamento Computacional; Volume 7: Os quatro Pilares do Pensamento Computacional. ed. Porto Alegre: SBC, 2020. v. 7. 40p.

SOUZA,F.F.;SILVA,L.A.S;SILVA,I.D.;NUNES,M.A.S.N.;DELABRIDA,Z.N.C.;BRITO,A.S.B. ALMANAQUE PARA POPULARIZAÇÃO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO Série 7: Pensamento Computacional; Volume 8: Mindfulness – Parte 1. ed. Porto Alegre: SBC, 2020. v. 7. 32p.

SOUZA,F.F.;SILVA,L.A.S;SILVA,I.D.;NUNES,M.A.S.N.;DELABRIDA,Z.N.C.;BRITO,A.S.B. ALMANAQUE PARA POPULARIZAÇÃO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO Série 7: Pensamento Computacional; Volume 8: Mindfulness – Parte 2. ed. Porto Alegre: SBC, 2020. v. 7. 28p.

SOUZA,F.F.;SILVA,L.A.S;SILVA,I.D.;NUNES,M.A.S.N.;DELABRIDA,Z.N.C.;BRITO,A.S.B. ALMANAQUE PARA POPULARIZAÇÃO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO Série 7: Pensamento Computacional; Volume 8: Mindfulness – Parte 3. ed. Porto Alegre: SBC, 2020. v. 7. 24p.

\_\_.Clube de Matemática da OBMEP, 2021. Disponível em [http://clubes.obmep.org.br/blog/b\\_rdescartes/](http://clubes.obmep.org.br/blog/b_rdescartes/). Acesso em 17/01/2021.

Para elaboração dos passatempos foram usados os sites:  
<https://www.geniol.com.br/palavras/caca-palavras/criador/>

Mais gibis em:

<http://almanaquecomputacao.com.br/>

<http://almanaquecomputacao.com.br/gutanunes/publication.html>

# **SOBRE OS AUTORES:**

## **JONAS DE ALENCAR DA SILVA**

Bolsista de Iniciação Científica- PIBIC-UNIRIO

Graduando em Licenciatura em Música pela Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO).

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/9701082555092025>

## **ART ADRIEL EMIDIO DE ARAUJO MOTTA**

Possui graduação em Bacharelado e Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ). Mestre em Ciências Computacionais, também pela UERJ. Especialista em Ensino de Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Atualmente é professor de Matemática da educação básica, com experiência em todos os segmentos de ensino, e aluno do curso de Bacharelado em Sistemas de Informação da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO).

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3308752296024436>

## **MARIA AUGUSTA SILVEIRA NETTO NUNES**

Bolsista de Produtividade Desen. Tec. e Extensão Inovadora do CNPq - Nível 1D - Programa de Desenvolvimento Tecnológico e Industrial

Professor Associado IV do Departamento de Computação da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO). Membro permanente no Programa de Pós-graduação em Informática PPGI (UNIRIO). Pós-doutora pelo laboratório LINE, Université Côte d'Azur/Nice Sophia Antipolis/ Nice-França (2019). Pós-doutora pelo Instituto Nacional de Propriedade Industrial (INPI) (2016). Doutora em "Informatique pela Université de Montpellier II - LIRMM em Montpellier, França (2008). Realizou estágio doutoral (doc-sanduíche) no INESC-ID- IST Lisboa- Portugal (ago 2007- fev 2008). Mestre em Ciência da Computação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (1998) . Graduada em Ciência da Computação pela Universidade de Passo Fundo-RS (1995) . É bolsista produtividade DT-CNPq. Recebeu em 2022 o Prêmio Tércio Pacitti em Inovação para Educação em Ciência da Computação pelo projeto Almanaques para Popularização de Ciência da Computação. Atualmente, suas pesquisas estão voltadas, principalmente, no uso de HQs na Educação e Pensamento Computacional para o desenvolvimento das habilidades para o Século XXI Atua também em Propriedade Intelectual para Computação, Startups e Empreendedorismo. Criou o projeto "Almanaques para Popularização de Ciência da Computação" chancelado pela SBC, <http://almanaquesdacomputacao.com.br/> <http://scholar.google.com.br/citations?user=rte6o8YAAAAJ>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/9923270028346687>

**JOSÉ HUMBERTO DOS SANTOS JÚNIOR**

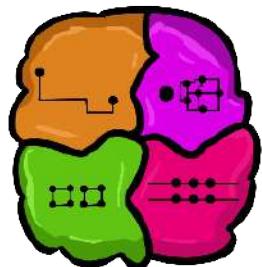
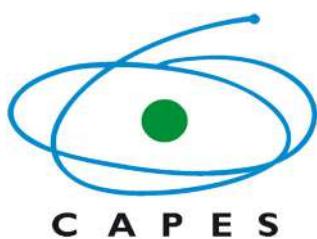
Graduando em Ciência da Computação da Universidade Federal de Sergipe – UFS.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/9144803555676838>

**Agradecimentos**

Ao CNPq, CAPES, SBC, BSI/PPGI-UNIRIO.

# APOIO



ISBN 978-857669561-5

A standard linear barcode representing the ISBN number 978-857669561-5.

9 788576 695615